

SIMULTANE AUSWERTUNG PHOTOGRAMMETRISCHER,  
GEODÄTISCHER UND OBJEKTBEZOGENER  
INFORMATION AN ANALYTISCHEN PLOTTERN

Manfred Stephani  
Lehrstuhl für Photogrammetrie  
Technische Universität München  
Arcisstraße 21  
D-8000 München 2  
Fed. Rep. Germany

Commission II

SUMMARY

The paper deals with an universal image orientation procedure and computer program to be used in conjunction with analytical plotters. The procedure considers general geodetic control information (e.g. distances, angles, height differences) and various object information (e.g. plumb lines, planes) in a general bundle adjustment for two images. In addition to the parameters of exterior orientation additional parameters for interior orientation and correction of image deformations may be introduced. Finally observations for certain or all unknown parameters can be considered in the adjustment.

Results from both fictitious and practical data are presented.

1. EINLEITUNG

Von den mannigfachen Ursachen für die weite Verbreitung Analytischer Plotter in der photogrammetrischen Praxis werden hier nur

- ihre große Flexibilität bezüglich der Aufnahmedisposition
- ihr günstiges Preis/Leistungsverhältnis und
- ihre hohe Genauigkeit bei der Messung der Bildkoordinaten

genannt. Die Tatsache, daß bei diesen Geräten die *Bildkoordinate* im Sinne der Ausgleichsrechnung als Beobachtung verarbeitet wird, sollte Anlaß genug sein, für die Orientierung der Bilder den Bündelansatz zu verwenden. Tatsächlich wird aus historischen Gründen oft mit der Zweistufenlösung - gegenseitige und absolute Orientierung - operiert.

Neben dem Vorteil der strengeren Realisierung des mathematischen Modells der Zentralperspektive, bietet das Konzept der Bündelorientierung Erweiterungsmöglichkeiten, die zur Steigerung der Genauigkeit und Zuverlässigkeit der zu schätzenden Unbekannten beitragen können. Eine Erweiterung des Bündelansatzes, die ökonomisch sinnvoll ist, betrifft die volle Ausnutzung der geodätischen Information über das Objekt und ggf. über dessen Gestalt. Neben den Paßpunkten verfügt man gelegentlich über *Zusatzpaßinformation* wie Raumstrecken, Richtungen,

Höhendifferenzen usw. Schließlich gibt es besonders bei Projekten der Nahbereichsphotogrammetrie Aufgaben, bei denen die *Objektform* ermittelt werden soll oder bekannt ist. Auch die Objektform kann zur Stabilisierung der Orientierung der Bilder beitragen. Die Berücksichtigung von beliebiger geodätischer Paßinformation und der Objektform als Informationsquellen zur stabilen, zuverlässigen Orientierung der Bilder ist daher eine Forderung an ein allgemeines Orientierungsprogramm.

Zur Steigerung der Genauigkeit der Punktbestimmung trägt die Elimination systematischer Fehler im Bild- und Objektraum bei. Im mathematischen Modell werden systematische Fehler durch den Ansatz von *Zusätzlichen Parametern* erfaßt. Besonders die präzise Auswertung von Aufnahmen von Nichtmeß- oder Teilmeßkammern erfordert die Korrektur systematischer Fehler im Bild bereits beim Orientierungsprozeß.

Von einem modernen Bündelorientierungsprogramm wird außerdem erwartet, daß es Vorausinformation über einen Teil der Unbekannten, in Form von Beobachtungen und deren Genauigkeit, streng verarbeiten kann. Dies betrifft sowohl Anwendungen im Nahbereich (z.B. bekannte Kalibrierung, gemessene Orientierungsdaten der Bilder), als auch solche der Aerophotogrammetrie (z.B. inertial registrierte Aufnahmedaten der Luftbilder).

Die aufgezählten Forderungen an eine Zweibildorientierung führten zur Entwicklung eines entsprechenden Programms für Analytische Plotter am Lehrstuhl für Photogrammetrie der TU München. Dabei wurde ein neuer, sehr effizienter Ansatz verwendet (EBNER, 1984), der es gestattet, die zusätzliche Paßinformation und die Objektform im Ausgleichungsprozeß zu berücksichtigen.

## 2. DAS PROGRAMMPAKET "IMOR"

Das Zweibildorientierungsprogramm IMOR (Image Orientation) weist folgende wesentliche Merkmale auf:

- Bündelansatz mit Zusätzlichen Parametern
- Berechnung von Näherungswerten für alle Unbekannten
- Berücksichtigung von allgemeiner geodätischer Paßinformation
- Ermittlung von Genauigkeitsmaßen für alle Unbekannte

### 2.1 EIN EFFIZIENTER ANSATZ ZUR BÜNDELORIENTIERUNG

Bereits SCHMID, 1959 formulierte die geodätische Zusatzpaßinformation als eine geometrische *Bedingung*, die von den photogrammetrisch bestimmten Koordinaten einzuhalten ist. Damit ergibt sich unmittelbar der Ansatz einer vermittelnden Ausgleichung mit Bedingungen zwischen den Unbekannten (Gauß-Markov-Modell mit Restriktionen). Ein Nachteil dieses Ansatzes ist es, daß die als *Beobachtung* (stochastische Größe) im Objektraum ermittelte geodätische Information (z.B. eine Raumstrecke)

ihre stochastische Eigenschaft verliert. Nach der Linearisierung der ursprünglichen Bedingungsgleichung erscheint die Zusatzpaßinformation als Teil des Widerspruchs.

Dieser Nachteil wird durch einen Vorschlag von EBNER, 1984 behoben. Zwar wird auch hier die geodätische Paßinformation - sofern sie mehr als eine Unbekannte des Normalgleichungssystems betrifft - in einer Bedingungsgleichung angesetzt. Das Normalgleichungssystem wird jedoch *zusätzlich* um *eine Unbekannte je Bedingungsgleichung erweitert*. Diese Unbekannte ist nichts anderes als die Zusatzpaßinformation selbst (z.B. die Raumstrecke). Da diese Unbekannte direkt beobachtet wurde, muß noch eine entsprechende *Verbesserungsgleichung* formuliert werden, wobei die stochastischen Eigenschaften dieser Beobachtung durch entsprechende Gewichtung zu berücksichtigen sind. Die allgemeine Form dieser Verbesserungsgleichungen ist:

$$\hat{v}_{pi} = \hat{p}_i - p_i; \quad \text{Gewicht } P_{pi}$$

- $\hat{v}_{pi}$  = Verbesserung der Zusatzpaßinformation
- $\hat{p}_i$  = 'unbekannte' Zusatzpaßinformation
- $p_i$  = beobachtete Zusatzpaßinformation
- $P_{pi}$  = Gewicht der Zusatzpaßinformation  $p_i$

Bevor auf die Vor- und Nachteile des neuen Ansatzes eingegangen wird, werden die verschiedenen Gruppen der, in der Bündelausgleichung auftretenden, Unbekannten aufgezählt:

- Unbekannte Objektpunktkoordinaten:  $\hat{x}$
- Unbekannte Orientierungsparameter:  $\hat{t}$
- Unbekannte Zusätzliche Parameter:  $\hat{z}$
- Lagrangesche Multiplikatoren (Korrelaten):  $k$
- Unbekannte Paßinformation:  $\hat{p}$
- Freie Unbekannte, die durch die Berücksichtigung der zusätzlichen Paßinformation induziert werden können:  $\hat{f}$

Man erhält folgende Typen von nichtlinearen Verbesserungsgleichungen

$$\text{allgemein: } b_i = f_i(\hat{x}, \hat{t}, \hat{z}, k, \hat{p}, \hat{f})$$

speziell für

- die Bildkoordinaten:  $\hat{b}_i = f_i(\hat{x}, \hat{t}, \hat{z})$
- Paßpunkte:  $\hat{b}_i = f_i(\hat{x})$
- beobachtete Orientierungsparameter:  $\hat{b}_i = f_i(\hat{t})$
- beobachtete Zusätzliche Parameter:  $\hat{b}_i = f_i(\hat{z})$

- beobachtete geodätische Paßinformation:  $\hat{b}_i = f_i(\hat{p})$
- beobachtete freie Unbekannte:  $\hat{b}_i = f_i(\hat{f})$

Außerdem ist die geodätische Paßinformation  $\hat{p}$  in der Form von i. a. nichtlinearen Bedingungsgleichungen zu berücksichtigen.

$$\text{allgemein: } 0 = g_i(\hat{x}, \hat{t}, \hat{p}, \hat{f})$$

speziell für

$$\begin{array}{l} \text{Information, die nur Objektpunkte} \\ \text{verknüpft} \end{array} \quad 0 = g_i(\hat{x}, \hat{p}, \hat{f})$$

$$\begin{array}{l} \text{Information, die sowohl Objektpunkte} \\ \text{als auch Bildunbekannte verknüpft} \end{array} \quad 0 = g_i(\hat{x}, \hat{t}, \hat{p}, \hat{f})$$

Damit ergibt sich ein Normalgleichungssystem mit folgender Struktur (MÜLLER/STEPHANI, 1984)

$$\begin{bmatrix} N_{xx} & N_{xt} & N_{xz} & N_{xk} & 0 & 0 \\ & N_{tt} & N_{tz} & N_{tk} & 0 & 0 \\ & & N_{zz} & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & -I & N_{kf} \\ & \text{symm.} & & & P_p & 0 \\ & & & & & P_f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{dx} \\ \hat{dt} \\ \hat{dz} \\ \hat{k} \\ \hat{dp} \\ \hat{df} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ h_3 \\ h_4 \\ h_5 \\ h_6 \end{bmatrix}$$

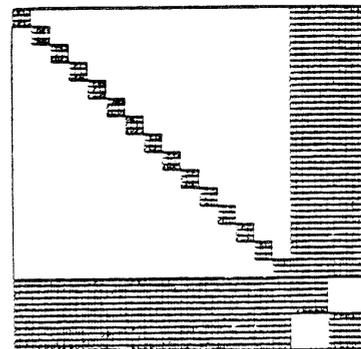
## 2.2 NORMALGLEICHUNGSSTRUKTUREN

Die Auswirkungen des von EBNER, 1984 vorgeschlagenen Ansatzes lassen sich am besten erläutern und mit anderen Lösungsvorschlägen vergleichen, wenn man die unterschiedlichen Strukturen der Normalgleichungen anhand eines Beispiels analysiert.

Zu diesem Zweck wird die Normalgleichungsmatrix dargestellt, die man bei der Bündelausgleichung von zwei Bildern mit 15 gemeinsamen Punkten erhält. Auf die Darstellung von zusätzlichen Parametern wird zugunsten einer einfacheren Präsentation verzichtet. Auch die Art und Verteilung der vorhandenen Paßpunkte bleibt ohne Einfluß auf die Struktur der Normalgleichungen, so lange die Paßpunktkoordinaten als beobachtete Unbekannte bei der Ausgleichung angesetzt werden:

Fig.1: Struktur der vollständigen Normalgleichungsmatrix

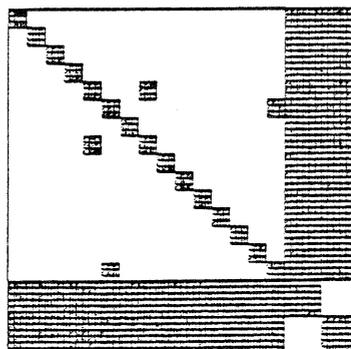
15 Punkte  
2 Bilder



Wird die Einpassung der beiden Bilder zusätzlich auf zwei im Objekt-raum gemessene Raumstrecken gestützt, und setzt man für diese zusätzlichen geodätischen Paßinformationen Verbesserungsgleichungen mit endlichem Gewicht an ( $p \neq \infty$ ), so erhält man folgende Struktur:

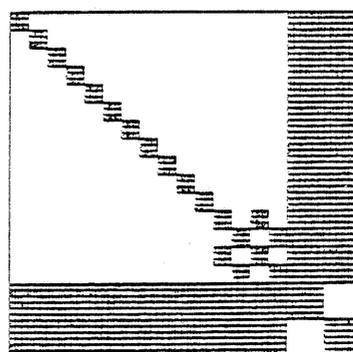
Fig.2: Struktur der vollständigen Normalgleichungsmatrix

15 Punkte  
2 Bilder  
2 Raumstrecken



Die Raumstrecken wurden hier als geodätische Zusatzpaßinformation gewählt, da sie keine zusätzliche freie Unbekannte im Normalgleichungssystem erzeugen und daher ein besserer, unmittelbarer Vergleich möglich ist. Durch Umsortierung der Reihenfolge der Punkunbekannten im Normalgleichungssystem, kann die Reduktion auf die Gruppe der Bildunbekannten erleichtert werden. Man erhält:

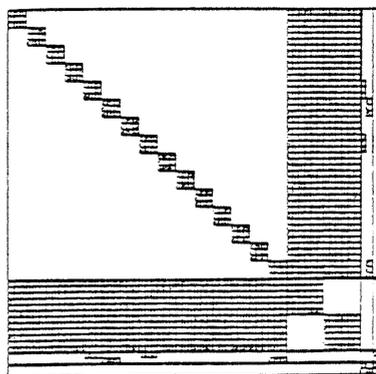
Fig.3: Vollständige Normalgleichungsmatrix nach Umsortierung



Bei der Vorwegreduktion der Punkunbekannten ist die durch Umsortierung veränderte Struktur der  $N_{xx}$ -Matrix zu beachten.

Bei dem neuen Ansatz treten weder im Bereich der Punkt- noch der Bildunbekannten Störungen in der Struktur der  $N_{xx}$ - und  $N_{tt}$ -Matrix auf. Vielmehr wird die Normalgleichungsmatrix um  $^{xx}$  zwei Bedingungen und zwei Unbekannte erweitert:

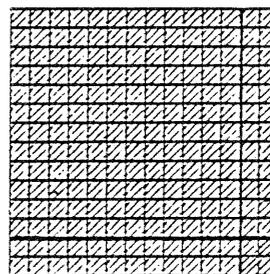
Fig.4: Vollständige Normalgleichungsmatrix erweitert mit 2 Bedingungsgleichungen und 2 Unbekannten



Aus dieser letzten Struktur entnimmt man sofort, daß es in der Praxis günstig ist, direkt reduzierte Normalgleichungen aufzubauen. Mit den blockdiagonalen  $3 \times 3$  Submatrizen der Objektpunkte und mit der Diagonalmatrix der eingeführten Unbekannten für die Paßinformation, ist die Reduktion besonders einfach. Man erhält schließlich eine reduzierte Normalgleichungsmatrix, die als Unbekannte die 12 Bildparameter, ggf. Zusätzliche Parameter, die Korrelaten und die freien Unbekannten enthält. Im vorliegenden, vereinfachten Beispiel, ohne Zusätzliche Parameter und freie Unbekannte:

Fig.5: Reduzierte Normalgleichungsmatrix

2 Bilder und  
2 Bedingungen



Zusammenfassend hier die Vorteile des vorgestellten neuen Ansatzes, der im Programm IMOR realisiert wurde:

- Keine Störung der blockdiagonalen Struktur der Normalgleichungen, weder im Bereich der Punkt- noch der Bildunbekannten, durch Berücksichtigung der Zusatzpaßpunktinformation im Rand.
- Jede Gewichtung der Zusatzpaßinformation ist zulässig. Besonders der in der Praxis relevante Fall der hohen Gewichtung ( $p = \infty$ ) hat keine Verschlechterung der Kondition oder gar Singularität zur Folge.
- Generalisierte Behandlung der Zusatzpaßinformation, wie von beliebigen Objekteigenschaften.

Als 'Nachteile' dieses Vorgehens:

- Das Normalgleichungssystem wird geringfügig erweitert.
- Das Normalgleichungssystem ist nicht mehr positiv definit.

### 2.3 OPERATIONELLE GESICHTSPUNKTE

Für eine rasche Konvergenz des Ausgleichungsverfahrens ist die Qualität der Näherungswerte ausschlaggebend. Im Programm IMOR können verschiedene Verfahren der Näherungswertbestimmung für die Objekt- und Bildunbekannten eingesetzt werden, z.B.:

- relative und absolute Orientierung
- räumlicher Vorwärtschnitt (bei beobachteten

Unbekannten der äußeren Orientierung beider Bilder)

Das Programm entscheidet selbst, welche Variante zur Anwendung kommt.

Um die Kommunikation mit dem Programm IMOR benutzerfreundlich zu gestalten, wird die gesamte Eingabe in einem Dialog erarbeitet und das Ergebnis danach in einer Steuerdatei abgelegt. Die eigentliche Ausgleichung benutzt die Information der Steuerdatei als Eingabe und läuft als Hintergrundprogramm ab.

Zur Lösung der Normalgleichungen benötigt man einen Reduktionsalgorithmus für nicht positiv definite Matrizen.

Die Genauigkeit aller Unbekannten kann durch Inversion der Normalgleichungsmatrix ermittelt werden. Ist man nur an der Punktgenauigkeit am Objekt interessiert - nicht an der vollständigen Kovarianz aller Koordinaten - läßt sich die Berechnung, wegen der besonderen Struktur der Matrix, vereinfachen. Es gilt folgende Rechenregel:

$$K_{xx} = \sigma_o^2 (N_{xx}^{-1} + N_{xx}^{-1} N_{bb} N_{red}^{-1} N_{bb}^T N_{xx}^{-1})$$

$K_{xx}$  = Kovarianzmatrix (3x3) für einen Objektpunkt

$\sigma_o^2$  = Varianzfaktor

$N_{xx}$  = Normalgleichungsanteil eines Objektpunktes (3x3)

$N_{bb}$  = Normalgleichungsanteil der beiden Bilder, ggf. Anteile von Zusätzlichen Parametern und Bedingungen

$N_{red}^{-1}$  = Inverse der reduzierten Normalgleichungsmatrix mit ggf. Anteilen aus Zusätzlichen Parametern und Bedingungen.

### 3. ERGEBNISSE

#### 3.1 ERGEBNISSE AUS FIKTIVEN DATEN

Um die Auswirkung der Zusatzpaßinformation auf die Genauigkeit der Punktbestimmung zu untersuchen, kann man sich der *Simulationstechnik* bedienen. Dabei werden fiktive Aufnahmedispositionen benutzt. Für die Bildkoordinaten wird eine *a priori* Genauigkeit  $\sigma_o$  unterstellt. Damit die Simulationsrechnung praxisnah verläuft, wird auch für die Paßpunkte und die sonstige Paßinformation eine realistische Genauigkeit angenommen. Zwei Beispiele werden hier vorgestellt:

#### BEISPIEL: A1 Architekturphotogrammetrie

Für eine glatte Fassade (Fig.6) wird eine Punktbestimmung durchgeführt. Die allgemeinen Projektdaten:

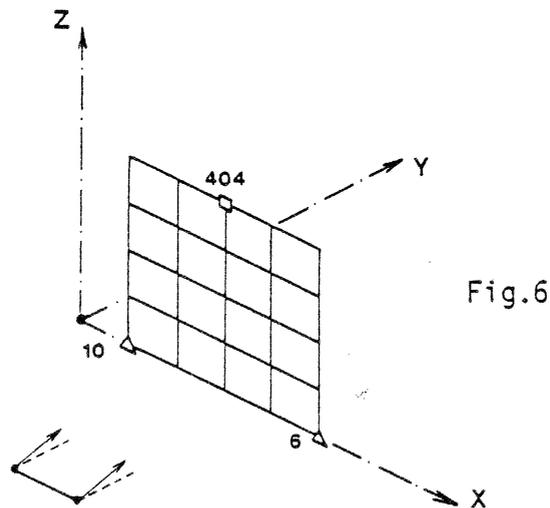
- Genauigkeit der Bildkoordinaten:  $\sigma_o = 0.005 \text{ mm}$
- Genauigkeit der Paßpunktkoordinaten:  $\sigma_k = 5 \text{ mm}$

- Kammerkonstante:  $c = 100 \text{ mm}$
- $\omega$ -Neigung:  $7 \text{ gon}$
- Basis:  $b = 2.5 \text{ m}$
- Basisverhältnis:  $b/y = 1:8$

Drei Beispiele werden vorgestellt:

Beispiel A 1.1: (Fig.6)

- Minimale Paßpunktkonfiguration  $X_{10}, Y_{10}, Z_{10}/X_6, Y_6, Z_6/Y_{404}$
- keine Zusatzpaßinformation

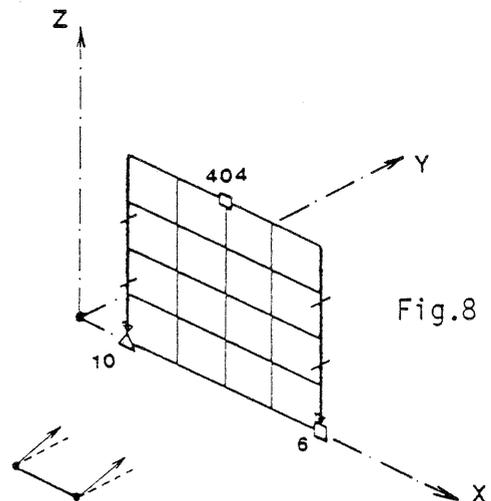
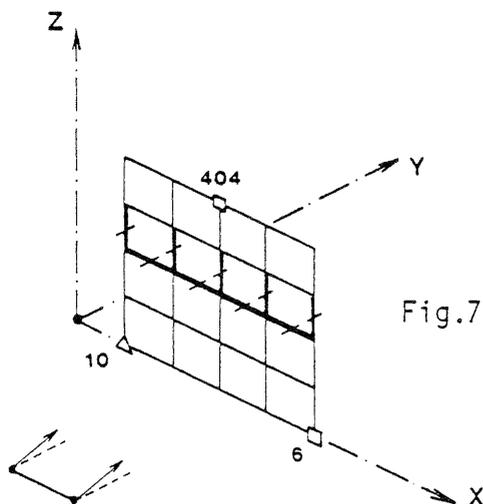


Beispiel A 1.2: (Fig.7)

- Paßpunktkoordinaten  $X_{10}, Y_{10}, Z_{10}/Y_6/Y_{404}$
- 9 kurze Strecken
- $s=4\text{m}$   $\sigma_s=4\text{mm}$  (0.1%)

Beispiel A 1.3: (Fig.8)

- Paßpunktkoordinaten  $X_{10}, Y_{10}, Z_{10}/Y_6/Y_{404}$
- 2 Lote  $\sigma_l=5\text{mm}$
- 4 Strecken am Lot  $s=4\text{m}$   $\sigma_s=4\text{mm}$  (0.1%)



Die Ergebnisse zeigt Tabelle 1:

Tabelle 1

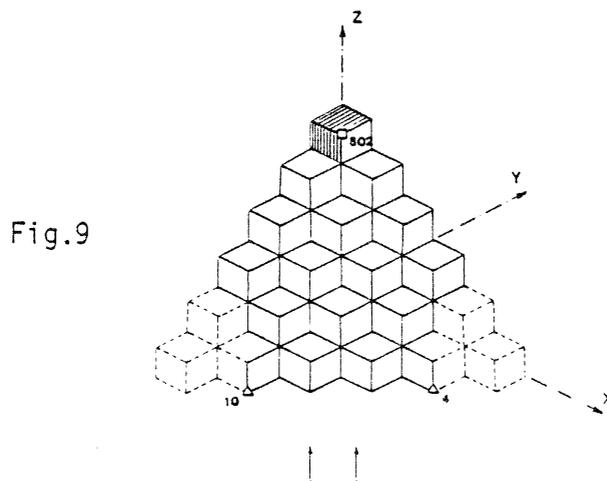
Beispiel	Anzahl der Punkte	Genauigkeit		
		$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$ mm
A 1.1	22	3.4	13.3	3.4
		7.2	14.5	11.8
A 1.2	12	4.5	12.8	4.3
		7.3	14.0	11.2
A 1.3	14	4.2	12.4	4.3
		6.2	13.3	11.0

### BEISPIEL: A2 Architekturphotogrammetrie

Die gleiche Fragestellung von vorhin wird an einem räumlichen Körper verfolgt. Die allgemeinen Projektdaten sind die gleichen wie bei A1, lediglich das Basisverhältnis schwankt wegen der Räumlichkeit des Objekts, zwischen 1:9 und 1:13. Es werden die folgenden drei Beispiele analysiert:

Beispiel A 2.1: (Fig.9)

- Paßpunktkoordinaten  $X_{10}, Y_{10}, Z_{10} / X_4, Y_4, Z_4 / Y_{602}$
- keine Zusatzpaßinformation



Beispiel A 2.2: (Fig.10)

- Paßpunktkoordinaten  $X_{10}, Y_{10}, Z_{10} / Y_4 / Y_{602}$
- 1 Strecke  $s=16.971m$
- $\sigma_s=17mm$  (0.1%)

Beispiel A 2.3: (Fig.11)

- Paßpunktkoordinaten  $X_{10}, Y_{10}, Z_{10} / Y_4 / Y_{602}$
- 3 kurze Lote  $\sigma_l=5mm$

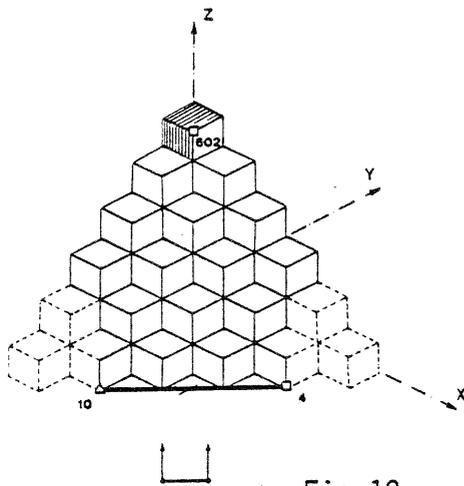


Fig.10

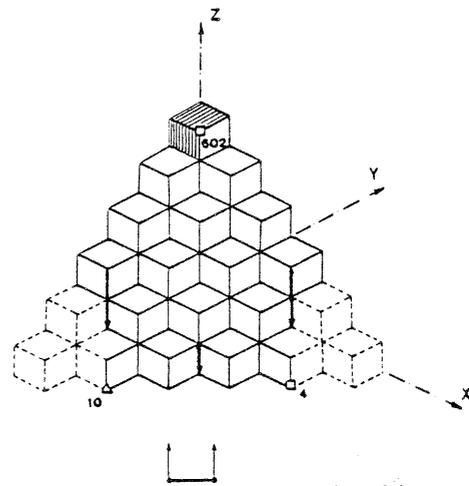


Fig.11

In Tabelle 2 sind die Ergebnisse zusammengefaßt:

Tabelle 2

Beispiel	Anzahl der Punkte	Genauigkeit			
		$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$ mm	
A 2.1	60	MINIMUM	8.7	8.6	3.4
		MAXIMUM	33.0	32.9	27.0
A 2.2	60	MINIMUM	6.7	6.7	4.3
		MAXIMUM	33.0	32.9	27.2
A 2.3	54	MINIMUM	8.7	8.6	3.4
		MAXIMUM	33.0	32.9	27.0

Aus den Tabellen 1 und 2 ist ersichtlich:

- Die Zahl der Paßpunktkoordinaten zur eindeutigen Lagerung kann unter das Mindestmaß verringert werden, wenn dafür geeignete Paßinformation eingeführt wird.
- Bei realistischer Schätzung der Genauigkeit der zusätzlichen, geodätischen Paßinformation wird die erzielbare Punktgenauigkeit kaum schlechter.

Die hier vorgestellten Beispiele zeigen zugleich den Wert einer Simulationsrechnung mit einem Programm zur gemeinsamen Ausgleichung photogrammetrischer und geodätischer Daten zur Optimierung der Punktgenauigkeit. Eine umfassende systematische Untersuchung über die Wirkungsweise der Zusatzpaßinformation auf die Genauigkeit der Objektpunkte steht noch aus.

### 3.2 ERGEBNISSE AUS PRAKTISCHEN DATEN

Das Programm IMOR wurde für eine Vielzahl von Projekten aus unterschiedlichen Gebieten (Architektur, Industrie, Verkehr, Deformationsanalyse, Lehre u.a.), sowohl für Meßbilder als auch für Nichtmeßbilder eingesetzt. Hier ein Beispiel aus der Industrie:

Zur Bestimmung der Gesamtdeformation eines mobilen Krans wurden an insgesamt 27 Punkten des Auslegers Zielmarken angebracht. Für etwa 10 verschiedene Stellungen des Kranarms und bei unterschiedlichen Lasten wurde die räumliche Deformation der signalisierten Punkte gemessen:

Die Projektdaten:

- 2 WILD P32 Kammern,  $c=64$  mm
- Basis 18 m (Konvergenzstellung)
- Aufnahmeentfernung 30 m
- direkt gemessene Aufnahmedaten der Bilder
- Paßpunkte und 1 Lot mit 6 Punkten
- $\sigma_0$  der Bildkoordinaten 0.006 mm (Planicomp C100)
- BÜNDELORIENTIERUNG mit IMOR
- erzielte Genauigkeit (MINIMUM / MAXIMUM)

$$\tilde{\sigma}_x = 0.003 \text{ m} \quad (0.002/0.004)$$

$$\tilde{\sigma}_y = 0.004 \text{ m} \quad (0.002/0.007)$$

$$\tilde{\sigma}_z = 0.007 \text{ m} \quad (0.006/0.008)$$

Die Vorteile der photogrammetrischen Methode zur Punktbestimmung bei Deformationsanalysen sind:

- beliebige Anzahl und Verteilung der Meßpunkte
- simultane und vollständige Erfassung aller Meßpunkte
- praktisch gleichmäßige Genauigkeit der erfaßten Objektpunkte
- die Rekonstruktion einzelner Deformationszustände ist im Nachhinein exakt möglich.

#### LITERATUR:

- EBNER, H.: Combined Adjustment of Photogrammetric and Non-photogrammetric Information. Invited Paper to the XI<sup>th</sup> Congress of ISP, Commission III, Rio de Janeiro, 1984.
- MÜLLER, F., STEPHANI, F.: Effiziente Berücksichtigung geodätischer Beobachtungen und Objektinformationen in der Bündelblockausgleichung. Presented Paper to the XI<sup>th</sup> Congress of ISP, Commission V, Rio de Janeiro, 1984.
- SCHMID, H.: Eine allgemeine analytische Lösung für die Aufgabe der Photogrammetrie. Bildmessung und Luftbildwesen, 1958/59 S.103-113, S. 1-12.